

## Аннотация дисциплины С.1.1.15 Дисциплина. Теория вероятностей и математическая статистика

Дисциплина "Теория вероятностей и математическая статистика" изучается обучающимися по основной профессиональной образовательной программе "Безопасность автоматизированных систем критически важных объектов" направления подготовки "10.05.03 Информационная безопасность автоматизированных систем".

Дисциплина изучается в 3, 4 семестре. Общая трудоемкость дисциплины составляет 198/7 часов/з.ед. Самостоятельная работа заключается в выполнении работ, указанных в разделе 4.

В ходе изучения дисциплины осуществляется текущий контроль в форме технологии рейтингового контроля в соответствии с технологической карты дисциплины, размещенной на электронном курсе, а также промежуточный контроль в форме зачет, экзамен.

Целью изучения дисциплины является формирование следующих компетенций:

1. ОПК-3 Способен использовать математические методы, необходимые для решения задач профессиональной деятельности
2. УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий

В ходе изучения дисциплины последовательно рассматриваются темы:

1. Случайные события и их вероятности.  
Предмет теории вероятностей. Испытания и события. Пространство элементарных событий. Случайные события. Операции над событиями. Алгебра событий. Аксиоматическое определение вероятности. Свойства вероятности. Вероятностная модель эксперимента с конечным числом исходов. Классическое определение вероятности.  
Элементы комбинаторики: правила суммы и произведения, размещения с повторениями, размещения без повторений, перестановки, сочетания. Относительная частота. Статистическая вероятность. Геометрические вероятности. Теорема сложения вероятностей попарно несовместных событий. Полная группа попарно несовместных событий. Условные вероятности. Независимость двух событий. Попарная независимость. Независимость в совокупности (или независимость).
2. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Следствия теорем.  
Вероятность произведения двух событий. Вероятность произведения конечного числа событий. Вероятность произведения независимых событий. Вероятность суммы двух совместных событий. Вероятность наступления, по крайней мере, одного события. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
3. Повторные независимые испытания.  
Независимые испытания. Схема Бернулли. Формула Бернулли. Наивероятнейшее число наступлений события. Локальная и интегральная теоремы Лапласа. Теорема Пуассона. Вероятность отклонения относительной частоты от постоянной вероятности в независимых испытаниях.
4. Дискретные случайные величины.  
Понятие случайной величины. Закон распределения случайной величины. Закон распределения вероятностей дискретной случайной величины. Функция распределения случайной величины. Вероятность попадания значений случайной величины на заданный промежуток  $[a, b)$ . Свойства функции распределения. Функция распределения дискретной случайной величины.  
Дискретные случайные величины.  
Математические операции над дискретными случайными величинами. Математическое ожидание дискретной случайной величины. Свойства математического ожидания. Отклонение случайной величины от её математического

ожидания. Дисперсия дискретной случайной величины. Формула для вычисления дисперсии. Свойства дисперсии. Среднее квадратическое отклонение случайной величины.

5. Дискретные случайные величины. Биномиальный закон распределения. Распределение Пуассона. Геометрическое распределение. Гипергеометрическое распределение.

Непрерывные случайные величины.

Функция распределения непрерывной случайной величины. Определение плотности распределения. Вероятность попадания непрерывной случайной величины на заданный промежуток. Свойства плотности распределения. Нахождение функции распределения по известной плотности. Математическое ожидание и дисперсия непрерывной случайной величины. Равномерное распределение. Показательное распределение.

6. Непрерывные случайные величины.

Нормальный закон распределения. Вероятностный смысл параметров  $\mu$  и  $\sigma$ . Кривая Гаусса. Вероятность попадания значений нормальной случайной величины в заданный интервал. Вероятностный смысл функции Лапласа. Вероятность заданного отклонения нормальной случайной величины. Правило 3  $\sigma$ . Функция распределения нормальной случайной величины.

Дискретные случайные величины. Непрерывные случайные величины.

Определение функции одной случайной величины. Закон распределения вероятностей функции одной дискретной случайной величины. Нахождение плотности распределения функции одной непрерывной случайной величины при известной плотности случайного аргумента. Математическое ожидание функции одной случайной величины. Мода и медиана случайной величины. Теоретические начальные и центральные моменты случайной величины.

7. Дискретные случайные величины. Непрерывные случайные величины.

Закон больших чисел. Сходимость по вероятности. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Частный случай теоремы Чебышева. Теорема Бернулли. Центральная предельная теорема для одинаково распределенных независимых слагаемых.

Дискретные случайные величины. Непрерывные случайные величины.

Целочисленные случайные величины и их производящие функции. Вычисление производящих функций биномиального распределения, распределения Пуассона, геометрического распределения. Факториальные моменты. Применение производящих функций для вычисления числовых характеристик целочисленных случайных величин. Мультипликативное свойство. Определение и простейшие свойства характеристических функций. Получение характеристических функций биномиального, пуассоновского и геометрического распределения. Получение характеристических функций равномерного и нормального распределения.

8. Система двух случайных величин.

Понятие о системе случайных величин. Закон распределения вероятностей двумерной дискретной случайной величины. Функция распределения двумерной случайной величины. Свойства. Вероятность попадания случайной точки в полуполосу. Вероятность попадания случайной точки в прямоугольник. Плотность распределения системы двух непрерывных случайных величин. Свойства двумерной плотности.

Система двух случайных величин.

Плотности распределения случайных величин, входящих в систему двух случайных величин. Условные законы распределения составляющих системы двух дискретных случайных величин. Условные плотности распределения составляющих двумерной случайной величины. Условные математические ожидания составляющих системы двух случайных величин. Функции регрессии. Зависимые и независимые случайные величины.

9. Система двух случайных величин. Корреляционный момент. Коэффициент корреляции. Свойства. Коррелированные и некоррелированные случайные величины. Начальные и центральные моменты системы двух случайных величин. Равномерное распределение на плоскости. Система двух случайных величин. Функция двух случайных аргументов. Распределение суммы двух случайных величин. Композиция двух законов распределений. Композиция распределений Пуассона. Композиция нормальных распределений. Распределение произведения двух случайных величин. Нормальное распределение на плоскости. Вероятностный смысл параметров плотности распределения системы. Эллипс рассеивания. Главные оси и центр рассеивания. Вероятность попадания случайной точки  $(x, y)$ , распределенной по двумерному нормальному закону, в прямоугольник со сторонами, параллельными координатным осям, при независимых случайных величинах  $X$  и  $Y$ . Нормальная корреляция.
10. Основные понятия математической статистики. Предмет и задачи математической статистики. Генеральная совокупность. Выборка. Вариационный ряд. Статистический закон распределения случайной величины. Графическое изображение статистических рядов (полигон и гистограмма). Эмпирическая функция распределения. Статистические оценки неизвестных параметров распределения. Точечные оценки параметров распределения. Свойства оценок. Эмпирические моменты. Метод моментов для нахождения оценок параметров распределения. Выборочная средняя. Выборочная дисперсия. Оценка математического ожидания случайной величины по выборке. Оценка дисперсии случайной величины по выборке. Нахождение оценок параметров равномерного распределения.
11. Статистические оценки неизвестных параметров распределения. Метод наибольшего правдоподобия. Нахождение методом наибольшего правдоподобия оценок параметров нормального распределения, распределение Пуассона, биномиального распределения, показательного распределения. Доверительный интервал. Доверительная вероятность. Статистические оценки неизвестных параметров распределения. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания нормального распределения при известном и неизвестном квадратическом отклонении. Распределение «хи-квадрат». Доверительные интервалы для оценки среднего квадратического отклонения нормального распределения. Доверительные интервалы для оценки вероятности биномиального распределения.
12. Статистическая проверка статистических гипотез. Статистическая гипотеза. Конкурирующая гипотеза. Статистический критерий. Критическая область. Область принятия гипотезы. Ошибки, допускаемые при проверке статистических гипотез. Уровень значимости статистического критерия. Мощность критерия. Критерий согласия Пирсона. Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности. Элементы корреляционного и регрессионного анализа. Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости случайных величин. Функция регрессии. Линия регрессии. Уравнение регрессии. Выборочное уравнение регрессии. Метод наименьших квадратов (МНК). Нахождение параметров выборочного уравнения прямой линии регрессии методом наименьших квадратов по несгруппированным данным. Свойства МНК-оценок параметров линейной регрессии. Корреляционная таблица.
13. Элементы корреляционного и регрессионного анализа. Нахождение параметров выборочного уравнения линейной регрессии методом наименьших квадратов по сгруппированным данным. Выборочное корреляционное

отношение, определение и свойства. Нелинейный регрессионный анализ.

Статистическая проверка статистических гипотез.

14. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий двух случайных величин, распределенных по нормальному закону, дисперсии которых известны. Проверка гипотезы о равенстве вероятностей двух биномиальных распределений. Сравнение дисперсий двух случайных величин, распределенных по нормальному закону. Распределение Фишера-Снедекора.
15. Проверка гипотезы о распределении генеральной совокупности по показательному распределению. Проверка гипотезы о равномерном распределении генеральной совокупности.
16. Элементы корреляционного и регрессивного анализа.  
Проверка гипотезы о значимости выборочного коэффициента корреляции двумерного нормального распределения. Интервальная оценка коэффициента корреляции двумерного нормального распределения. Распределение Стьюдента.
17. Элементы корреляционного и регрессивного анализа.  
Оценка значимости коэффициентов линейной регрессии. Интервальная оценка коэффициентов линейной регрессии
18. Однофакторный дисперсионный анализ.  
Общая идея дисперсионного анализа. Общая, факторная и остаточная сумма квадратов отклонений. Общая, факторная (межгрупповая) и остаточная (внутригрупповая) дисперсии. Сравнение нескольких средних методом дисперсионного анализа.

Основными стратегическими образовательными технологиями являются: лекционные занятия, практические и лабораторные занятия.

В рамках указанных технологий применяются тактические образовательные технологии: задания, информационные, классическая лекция.